مقایسهٔ مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و اولری-اولری در شبیه‌سازی برخورد جت نانوسیالات★

ادریس ترشیزی(۱)   ایمان زحمتکش(۲)

چکیده این مقاله به بررسی تبادل حرارت در برخورد جت نانوسیالات می‌پردازد. هدف، مقایسهٔ مدل‌های تک‌فازی و دوفازی در تحلیل جریان نانوسیالات و هم‌چنین مطالعهٔ رفتار سیال پایه و نانوذرات به طور مجزا در مدل دوفازی اولری-اولری می‌باشد. برای این منظور، برخورد جت نانوسیال آب/Al_2O_3 در حالت‌های مختلف با مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری-اولری شبیه‌سازی شده و نتایج به‌دست‌آمده مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. برای حل معادلات حاکم در هر سه مدل از روش حجم‌محدود استفاده می‌شود. صحت شبیه‌سازی‌های انجام شده با مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده با نتایج موجود به اثبات می‌رسد. نتایج نشان می‌دهند که در کلیهٔ رویکردها، افزایش عدد رینولدز و بالارفتن کسر حجمی نانوذرات، بهبود تبادل حرارت را در پی دارد. در محاسبات انجام شده، مدل‌های دوفازی انتقال حرارت بیشتری را نسبت به مدل تک‌فازی پیش‌بینی می‌کنند. مقایسهٔ دقیق رویکردهای دوفازی نیز بیانگر انتقال حرارت بیشتر مدل اولری-اولری نسبت به مدل مخلوط می‌باشد. با این وجود، مشخص می‌شود که با افزایش عدد رینولدز و کاهش کسر حجمی نانوذرات، نتایج این دو روش به هم نزدیک‌تر می‌شوند. درنهایت، مدل اولری-اولری نشان می‌دهد که توزیع دما در سیال پایه و نانوذرات یکسان است اما توزیع سرعت‌ها با یکدیگر متفاوت می‌باشند.

واژه‌های کلیدی نانوسیال; برخورد جت; مدل تک‌فازی; مدل مخلوط دوفازی; مدل اولری-اولری; شبیه‌سازی عددی.

Comparison between Single-Phase, Two-Phase Mixture and Eulerian-Eulerian Models for the Simulation of Jet Impingement of Nanofluids

E. Torshizi   I. Zahmatkesh

Abstract *This paper deals with heat transfer in jet impingement of nanofluids. Attention is focused to compare single-phase and two-phase nanofluid models and to study separate behaviors of the base fluid and the nanoparticles through the Eulerian-Eulerian two-phase model. For this purpose, jet impingement of Al_2O_3/water nanofluid in different conditions is simulated adopting the single-phase, two-phase mixture and Eulerian-Eulerian models and the corresponding results are discussed. For the solution of the governing equations of the three models, the control-volume approach is used. The accuracy of the current simulations is demonstrated by comparing the obtained results with those of open literature. The results indicate that in all of the approaches, increase in the Reynolds number as well as nanoparticle fraction leads to heat transfer improvement. During the current computations, the two-phase models predict higher heat transfer as compared to the single-phase model. Closer scrutiny of the two-phase approaches indicates that heat transfer of the Eulerian-Eulerian model is higher than the mixture model. However, it is found that with increase in the Reynolds number and decrease in the nanoparticle fraction, results of the two approaches become closer. Finally, the Eulerian-Eulerian model demonstrates that temperature distribution in the base fluid and the nanoparticles are similar but the corresponding velocity distributions are distinct.*

Key Words Nanofluid, Jet impingement; Single-phase model; Two-phase mixture model; Eulerian-Eulerian model; Numerical simulation

---

★تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۳/۲۴ می‌باشد.

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

(۲) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران. zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

مقدمه

افزایش تبادل حرارت در صنایع همواره مورد توجه طراحان و مهندسان بوده است. یکی از روش‌های افزایش تبادل حرارت سیالات متداول حرارتی، پخش ذرات فلزی و یا اکسید فلزی با هدایت حرارتی بالا در سیال پایه است. این ایده اولین بار توسط ماکسول [1] مطرح شد. البته ذراتی که ماکسول از آنها استفاده نمود، درشت بودند و مشکلاتی نظیر افت فشار بسیار زیاد، ته‌نشینی ذرات و انسداد و گرفتگی لوله‌ها را در پی داشتند. با پیشرفت در فناوری نانو، چوی [2] استفاده از نانوذرات را برای این منظور پیشنهاد کرد که سیال به‌دست‌آمده را نانوسیال نامید. بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی در اثر افزودن نانوذرات سبب شد تا از آن پس، محققان بسیاری به تحلیل استفاده از نانوسیالات در طیف وسیعی از مسائل مهندسی بپردازند. برخی از این مطالعات توسط داس و همکاران [3] گردآوری شده است.

در یک فرآیند انتقال، مقاومت لایهٔ مرزی تأثیر به‌سزایی بر نرخ انتقال به‌همراه دارد به‌گونه‌ای که با کاهش در ضخامت لایهٔ مرزی می‌توان شاهد بهبود قابل‌توجهی در میزان انتقال جرم، حرارت و اندازه‌حرکت بود. یکی از روش‌های نیل به این هدف، استفاده از جت‌های برخوردی است. در این روش با اعمال اندازه‌حرکت قابل‌توجه به سیال خروجی از یک نازل و سپس برخورد آن به سطح موردنظر، مقاومت در مقابل انتقال جرم، حرارت و اندازه‌حرکت را کاهش می‌دهند. جت‌های برخوردی کاربردهای فراوان و متنوعی در صنعت دارند که از آن جمله می‌توان به سرمایش و خنک‌کاری پره‌های توربین گازی، دیوارهٔ محفظهٔ احتراق، قطعات الکترونیکی و رآکتورهای شیمیایی و هسته‌ای، فرآیندهای خشک‌کردن در صنایع نساجی، غذایی و تولید کاغذ، تکنولوژی پوشش به روش رسوب بخارات شیمیایی مانند تولید فیلم نازک الماس صنعتی و هم‌چنین فرآیندهای برشی، سایشی و خوردگی مانند تکنولوژی برش با آب اشاره کرد.

جت‌ها را می‌توان به دو دستهٔ کلی جت‌های شیاردار و جت‌های دایروی تقسیم‌بندی کرد. مرور پژوهش‌های قبلی نشان می‌دهد که در گذشته جت‌های دایروی بیشتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند [4-6]. اخیراً انتقال حرارت و جرم در برخورد جت‌های شیاردار توجه بیشتری را به خود جلب کرده است. این امر را می‌توان به برتری آنها در ایجاد سرمایش، یکنواخت بودن و قابلیت کنترل نسبت داد [7].

برخورد جت به صفحهٔ هدف هم در یک محیط محدود و هم در یک محیط نامحدود می‌تواند صورت گیرد. هنگامی که محیط محدود باشد، فضای کمتری مورد نیاز خواهد بود، اما برخورد جت در محیط‌های نامحدود طراحی و ساخت ساده‌تری دارد.

با وجود تحقیقات وسیعی که در تحلیل جت‌های برخوردی صورت گرفته، برخورد جت نانوسیالات کمتر مورد توجه بوده است. اولین مطالعه در این زمینه به شبیه‌سازی عددی روی و همکاران [8] برمی‌گردد. آنها جریان آرام نانوسیال آب/Al_2O_3 در یک سیستم سرمایش شعاعی را مورد توجه قرار دادند و مشاهده کردند که با اضافه‌کردن نانوذرات به میزان ۱۰٪، انتقال حرارت تا ۲۰۰٪ افزایش می‌یابد. البته هم‌زمان، افزایش قابل‌توجهی در تنش برشی دیواره نیز گزارش شده بود.

پالم و همکاران [9] نیز جریان آرام نانوسیال را در مسئلهٔ برخورد جت دایروی مورد بررسی عددی قرار دادند با این تفاوت که خواص سیال را تابع دما در نظر گرفتند. نتایج آنها حاکی از افزایش ۲۵ درصدی ضریب جابه‌جایی در هنگام استفاده از نانوذرات Al_2O_3 با کسر حجمی ٤٪ بود. علاوه بر این، پالم و همکاران نشان دادند که استفاده از خواص تابع دما، افزایش در تخمین نرخ انتقال حرارت و کاهش در تخمین مقدار تنش برشی را نسبت به حالتی که خواص ثابت در نظر گرفته شوند، در پی خواهد داشت.

در پژوهشی دیگر، یانگ و لی نتایج عددی برای جت‌های محدود با خواص ثابت [10] و تابع دما [11] ارائه کردند. بررسی آنها نشان داد که با زیاد شدن عدد رینولدز و افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشاهده شد که خواص ترموفیزیکی تابع دما تأثیر قابل‌توجهی بر نتایج حاصل به دنبال دارند.

هم‌چنین، مانکا و همکاران برخورد جت شیاردار محدود متلاطم [12] و آرام [13] را مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار دادند. نتایج آنها حاکی از این امر بود که بالارفتن عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات، افزایش شدید انتقال حرارت و توان مورد نیاز برای پمپاژ را به‌همراه دارد. اخیراً نیز برخورد جت نوسانی نانوسیال به‌وسیلهٔ سلیمه‌فندیجیل و ازتاپ [14] مورد مطالعهٔ عددی قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسانات، مقدار عدد ناسلت در نقطهٔ سکون بیشتر می‌شود.

مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که مسئلهٔ برخورد جت از نظر آزمایشگاهی نیز مورد توجه برخی محققان بوده است. نوین و همکارانش [15] برخورد جت‌های آرام و متلاطم نانوسیال آب/Al_2O_3 را به یک صفحهٔ دایروی داغ مورد آزمایش قرار دادند. تحلیل نتایج آنها نشان داد که افزایش انتقال حرارت ناشی از به‌کارگیری نانوسیالات، علاوه بر کسر حجمی نانوذرات، به فاصلهٔ جت تا صفحهٔ هدف نیز وابسته است. در یک مطالعهٔ تجربی دیگر، قراسیم و همکاران [16] مشاهده کردند که در برخورد جت‌های دایروی نانوسیال، افزایش عدد ناسلت میانگین می‌تواند با بالابردن کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز و هم‌چنین کاهش فاصله تا صفحهٔ هدف تحقق یابد.

برای تجزیه و تحلیل جریان نانوسیالات، مدل تک‌فازی و مدل‌های دوفازی قابل استفاده‌اند. در رویکرد تک‌فازی فرض بر این است که سیال پایه و نانوذرات همواره دارای سرعت و دمای یکسانی می‌باشند. بدین ترتیب، نانوسیال حاصل به‌صورت یک سیال همگن در نظر گرفته می‌شود. این رویکرد به‌دلیل سادگی و حجم کم محاسبات در بسیاری از مطالعات نانوسیالات مورد استفاده بوده است.

رویکردهای دوفازی به‌کار گرفته شده در این مقاله شامل مدل مخلوط و مدل اولری–اولری می‌باشند. در شبیه‌سازی مخلوط دوفازی، علاوه بر معادلات پیوستگی، اندازه‌حرکت و انرژی برای کل مخلوط، معادلهٔ حاکم بر کسر حجمی نانوذرات نیز حل می‌شود. این روش اولین بار توسط بهزادمهر و همکاران [17] برای تحلیل جریان متلاطم نانوسیال در یک لوله استفاده شد. مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد که مدل مخلوط دوفازی نسبت به مدل تک‌فازی دقت بیشتری دارد. مطالعات میرمعصومی و بهزادمهر [18] و حق‌شناس‌فرد و همکاران [19] نیز مؤید همین مطلب بوده‌اند. اخیراً نیز معنوی و همکاران [20] جریان متلاطم نانوسیال در یک مجرای موجدار تحت شار حرارتی ثابت را با دو روش تک‌فازی و مخلوط دوفازی شبیه‌سازی کردند. نتایج آنها نشان داد که مدل مخلوط دوفازی انتقال حرارت بیشتری را نسبت به مدل تک‌فازی پیش‌بینی می‌کند.

با اعمال مدل اولری–اولری به جریان نانوسیالات، سیال پایه و نانوذرات به‌عنوان دو فاز مجزا درنظر گرفته شده و معادلات پیوستگی، اندازه‌حرکت و انرژی برای هر یک از فازها به طور جداگانه به‌کار می‌رود. البته، عکس‌العمل‌های میان فازها نیز محاسبه می‌شود. بدین ترتیب، در این رویکرد، سیال پایه و نانوذرات می‌توانند سرعت و دمای متفاوتی را در میدان جریان دارا باشند. به‌دلیل پیچیدگی روابط و حجم بالای محاسبات، مدل اولری–اولری در مطالعهٔ جریان نانوسیالات کمتر مورد استفاده بوده است.

کلته و همکاران [21] از روش دوفازی اولری–اولری برای تحلیل جریان نانوسیال آب/Cu درون

ریزمجراها استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که مدل دوفازی اولری–اولری انتقال حرارت بیشتری را نسبت به مدل تک‌فازی پیش‌بینی می‌کند. آنها در مطالعه‌ای دیگر به مقایسهٔ نتایج مدل‌های تک‌فازی و اولری–اولری با نتایج آزمایشگاهی پرداختند [22]. بیشترین انحراف از داده‌های آزمایشگاهی برای مدل اولری–اولری ۷/۴۲٪ و برای مدل تک‌فازی ۱۲/۶۱٪ به‌دست آمد.

اکبری و همکاران [23] نیز به مقایسهٔ نتایج مدل‌های تک‌فازی و دوفازی در تحلیل جریان آرام نانوسیال آب/Al_2O_3 در لوله پرداختند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که ضریب جابه‌جایی پیش‌بینی شده با مدل اولری–اولری به داده‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیک‌تر از مدل تک‌فازی است.

مقالهٔ حاضر به استفاده از مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و اولری–اولری برای تحلیل برخورد جت نانوسیالات می‌پردازد. هدف، مقایسه و ارزیابی این مدل‌ها و هم‌چنین، مطالعهٔ رفتار سیال پایه و نانوذرات به‌طور مجزا در مدل دوفازی اولری–اولری می‌باشد.

معادلات حاکم

معادلات حاکم بر نانوسیال در مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و اولری–اولری به‌صورت زیرند:

مدل تک‌فازی. در این رویکرد، معادلات حاکم بر نانوسیال به‌صورت زیرند:

معادلهٔ پیوستگی:

$$\nabla \cdot \left(\rho_{nf} V\right) = 0 \qquad (۱)$$

معادلهٔ اندازه‌حرکت:

$$\rho_{nf} V \nabla \cdot V = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_{nf} \nabla V) \qquad (۲)$$

معادلهٔ انرژی:

$$\nabla \cdot \left(\rho_{nf} C_{p_{nf}} V T\right) = \nabla \cdot (k_{nf} \nabla T) \qquad (۳)$$

در این روابط، V سرعت، P فشار و T دمای نانوسیال می‌باشد.

در اینجا، خواص مؤثر نانوسیال از اهمیت زیادی برخوردار بوده که به‌صورت زیر تعیین می‌شوند.

چگالی مؤثر:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi \rho_p \qquad (٤)$$

گرمای ویژهٔ مؤثر:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_p \qquad (٥)$$

برای محاسبهٔ لزجت مؤثر نانوسیالات روابط نسبتاً پیچیده‌ای ارائه شده است. البته برای لزجت مؤثر نانوسیال آب/Al_2O_3 می‌توان از رابطهٔ سادهٔ زیر استفاده کرد [24]:

$$\mu_{nf} = \mu_f (123\phi^2 + 7.3\phi + 1) \qquad (٦)$$

ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیالات با ذرات کروی‌شکل نیز به‌صورت زیر می‌تواند تعیین شود [25]:

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)} k_f \qquad (٧)$$

در روابط بالا، ϕ کسر حجمی نانوذرات و زیرنویس‌های f و p به ترتیب بیانگر خواص برای سیال پایه و نانوذرات می‌باشند.

مدل مخلوط دوفازی. معادلات حاکم در مدل مخلوط دوفازی چنین است:

معادلهٔ پیوستگی:

$$\nabla \cdot \left(\rho_m V_m\right) = 0 \qquad (٨)$$

معادلهٔ اندازه‌حرکت:

$$\nabla\cdot\left(\rho_m V_m V_m\right) = -\nabla P + \nabla\cdot\left(\mu_m \nabla V_m\right) + \rho_m g + \nabla\cdot\left(\sum_{k=1}^{n}\phi_k\rho_k V_{dr,k}V_{dr,k}\right) \quad (۹)$$

معادلهٔ انرژی:

$$\nabla\cdot\sum_{k=1}^{n}\left(\rho_k c_{p,k}\phi_k V_k T\right) = \nabla\cdot\left(k_m \nabla T\right) \quad (۱۰)$$

معادلهٔ کسر حجمی نانوذرات:

$$\nabla\cdot\left(\phi_p\rho_p V_m\right) = -\nabla\cdot\left(\phi_p\rho_p V_{dr,p}\right) \quad (۱۱)$$

که V_m سرعت متوسط جرمی می‌باشد:

$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^{n}\phi_k\rho_k V_k}{\rho_m} \quad (۱۲)$$

در رابطهٔ (۹) جملهٔ آخر سمت راست معرف تنش ناشی از لغزش بین فازها می‌باشد که در آن $V_{dr,k}$ سرعت رانش است و برای فاز ثانویه k (نانوذرات) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_{dr,k} = V_k - V_m \quad (۱۳)$$

که با سرعت لغزش $(V_{pf} = V_p - V_f)$ مرتبط است:

$$V_{dr,p} = V_{pf} - \frac{\sum_{k=1}^{n}\phi_k\rho_k V_{fk}}{\rho_m} \quad (۱۴)$$

در این‌جا، سرعت لغزش را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [26]:

$$V_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f f_{drag}}\frac{(\rho_p - \rho_m)}{\rho_p}a \quad (۱۵)$$

که در آن، شتاب و تابع پسا از روابط زیر قابل محاسبه‌اند:

$$a = g - (V_m\cdot\nabla)V_m \quad (۱۶)$$

$$f_{drag} = \begin{cases}1 + 0.15Re_p^{0.687}, & Re_p \le 1000\\ 0.0183Re_p, & Re_p > 1000\end{cases} \quad (۱۷)$$

در روابط بالا، ρ_m، μ_m و k_m خواص مؤثر نانوسیال هستند و Re_p عدد رینولدز محلی نانوذرات می‌باشد $(Re_p = \rho_m|V_m|d_p/\mu_m)$.

مدل دوفازی اولری-اولری. در مدل دوفازی اولری-اولری معادلات حاکم به‌صورت زیرند:
معادلات پیوستگی:

$$\nabla\cdot\left(\rho_f\phi_f V_f\right) = 0 \quad (۱۸)$$

$$\nabla\cdot\left(\rho_p\phi_p V_p\right) = 0 \quad (۱۹)$$

معادلات اندازه‌حرکت:

$$\nabla\cdot\left(\rho_f\phi_f V_f V_f\right) = -\phi_f\nabla P + \nabla\cdot\left[\phi_f\mu_f\left(\nabla V_f + \nabla V_f^{T}\right)\right] + F_d + F_{vm} \quad (۲۰)$$

$$\nabla\cdot\left(\rho_p\phi_p V_p V_p\right) = -\phi_p\nabla P + \nabla\cdot\left[\phi_p\mu_p\left(\nabla V_p + \nabla V_p^{T}\right)\right] - F_d - F_{vm} + F_{col} \quad (۲۱)$$

در این روابط، F_d، F_{vm} و F_{col} به ترتیب نیروی پسا، نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات می‌باشند. در این‌جا از نیروی برای وارد بر نانوذرات می‌توان صرف‌نظر کرد.

نیروی پسا نیز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F_d = -\gamma(V_f - V_p) \quad (۲۲)$$

که در آن ضریب اصطکاک (γ) به‌صورت زیر قابل محاسبه است [27]:

$$\gamma = \frac{3}{4} C_d \frac{\phi_f(1-\phi_f)}{d_p} \rho_f |V_f - V_p| \phi_f^{-2.65} \quad (۲۳)$$

در این‌جا C_d ضریب پسا است که مقدار آن به عدد رینولدز ذرات $(Re_p = \phi_f \rho_f |V_f - V_p| d_p/\mu_f)$ بستگی دارد:

$$C_d = \begin{cases} \dfrac{24 + 3.6 Re_p^{0.687}}{Re_p} & , Re_p < 1000 \\ 0.44 & , Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (۲٤)$$

نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات نیز از روابط زیر به‌دست می‌آیند [29 , 28]:

$$F_{vm} = 0.5 \phi_p \rho_f \frac{D}{Dt}(V_f - V_p) \quad (۲۵)$$

$$F_{col} = G \phi_f \nabla \phi_f \quad (۲٦)$$

در این‌جا G ضریب اثر متقابل ذرات است که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$G = 1.0 \exp[-600(\phi_f - 0.376)] \quad (۲۷)$$

معادلات انرژی:

$$\nabla\cdot(\rho_f \phi_f C_{pf} T_f V_f) = \nabla\cdot(\phi_f k_{eff,f} \nabla T_f) - h_v (T_f - T_p) \quad (۲۸)$$

$$\nabla\cdot(\rho_p \phi_p C_{pp} T_p V_p) = \nabla\cdot(\phi_p k_{eff,p} \nabla T_p) + h_v (T_f - T_p) \quad (۲۹)$$

برای ذرات کروی‌شکل با قطر یکسان، h_v برابر است با:

$$h_v = \frac{6\, \phi_p h_p}{d_p} \quad (۳۰)$$

که در آن h_p ضریب تبادل حرارت سیال-ذره است و از رابطهٔ تجربی زیر به‌دست می‌آید [30]:

$$Nu_p = \frac{h_p d_p}{k_f} = 2 + 1.1 Re_p^{0.6} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (۳۱)$$

در معادلات انرژی، ضرایب هدایت حرارتی مؤثر سیال پایه و نانوذرات به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند [31]:

$$k_{eff,f} = \frac{k_{b,f}}{\phi_f} \quad (۳۲)$$

$$k_{eff,p} = \frac{k_{b,p}}{\phi_p} \quad (۳۳)$$

که در آن،

$$k_{b,f} = (1 - {\phi_p}^{0.5}) k_f \quad (۳٤)$$

$$k_{b,p} = {\phi_p}^{0.5} [\omega A + (1-\omega)\Gamma] k_f \quad (۳۵)$$

در این‌جا،

$$A = \frac{k_p}{k_f} \quad (۳٦)$$

$$\omega = 7.26 \times 10^{-3} \quad (۳۷)$$

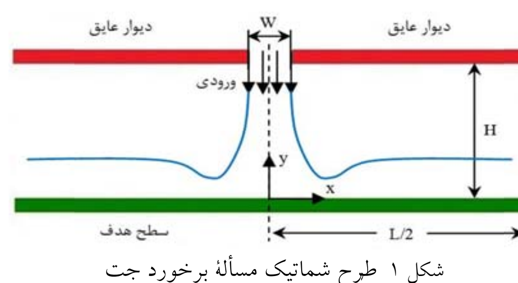
$$B = 1.25 \left[\frac{(1-\phi_f)}{\phi_f}\right]^{\frac{10}{9}} \quad (۳۸)$$

$$\Gamma = \left[\frac{B(A-1)\ln\left(\frac{A}{B}\right)}{A\left(1-\frac{B}{A}\right)^2} - \frac{(B-1)}{\left(1-\frac{B}{A}\right)} - \frac{B+1}{2}\right] \times 2\left(1-\frac{B}{A}\right)^{-1} \quad (۳۹)$$

حل عددی

شرایط مرزی و روش حل. طرح شماتیک مسأله در شکل (۱) آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هندسهٔ مورد نظر جتی محدود، شیاردار و دوبعدی می‌باشد. پهنای جت با W، طول صفحهٔ هدف با L و فاصلهٔ جت تا سطح هدف با H نشان داده شده‌اند. در این مقاله، مقادیر عددی W، L و H به‌ترتیب برابر ٦/۲ میلی‌متر، ٦۲۰ میلی‌متر و ۲٤/۸ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شوند. کلیهٔ محاسبات این مقاله برای نانوسیال

آب/Al_2O_3 صورت گرفته و قطر نانوذرات ۳۰ نانومتر فرض شده است. در جدول (۱) مقادیر مربوط به چگالی، گرمای ویژه، لزجت و ضریب هدایت حرارتی برای سیال پایه و نانوذرات Al_2O_3 در دمای ۲۹۳ کلوین آمده است. محاسبات با هر سه مدل تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری-اولری، به‌ازای مقادیر مختلف از کسر حجمی نانوذرات (۰ تا ۵ درصد) و سرعت جت (اعداد رینولدز ۱۰۰، ۳۰۰ و ۵۰۰ که در آن $Re = \rho VW/\mu$) تکرار می‌شوند.



شکل ۱ طرح شماتیک مسألۀ برخورد جت

جدول ۱ خواص آب خالص و نانوذرات Al_2O_3 در دمای ۲۹۳ کلوین [13]

ماده	$\rho (kg/m^3)$	C_p (J/Kg K)	μ (kg/m s)	k (W/m K)
Al_2O_3	۳۸۸۰	۷۷۳	//	۳۶
آب	۹۹۸	٤۱۸۲	$۹۹۸/۲\times۱۰^{-۶}$	۰/۵۹۷

در مقطع ورودی جت، تعادل محلی ترمودینامیکی بین نانوذرات و سیال پایه در نظر گرفته شده و پروفیل‌های یکنواختی برای سرعت و دما اعمال شود. دمای جت ورودی نیز همواره ۲۹۳ کلوین در نظر گرفته می‌شود. فرض بر این است که دمای صفحۀ هدف در سرتاسر طول آن ثابت و برابر ۳۱۳ کلوین باشد. هم‌چنین، فرض آدیاباتیک برای دیوار بالایی به‌کار می‌رود. شرایط مرزی مسأله با انتخاب فشار نسبی صفر در مقطع خروجی تکمیل می‌شوند.

با توجه به تقارن هندسۀ مسأله نسبت به محور y-ها، به حل میدان جریان در نیمۀ سمت راست اکتفا می‌شود. این شیوه، به‌ویژه برای حل معادلات اولری-اولری که زمان زیادی را می‌طلبد، بسیار کارآمد می‌باشد.

به‌منظور حل عددی معادلات حاکم در هر سه مدل، روش حجم‌محدود [32] مورد استفاده قرار می‌گیرد. هم‌چنین، برای معادلات اندازه‌حرکت و انرژی، شیوۀ توانی و برای معادلۀ کسر حجمی نانوذرات در مدل مخلوط دوفازی، شیوۀ کوئیک (QUICK) به‌کار می‌رود. مدل‌های تک‌فازی و مخلوط دوفازی با استفاده از الگوریتم سیمپل حل می‌شوند، اما الگوریتم پی‌سی‌سیمپل [33] برای مدل اولری-اولری به خدمت گرفته می‌شود. این الگوریتم روندی بسط داده شده از الگوریتم سیمپل برای جریان‌های دوفازی می‌باشد. در این روش، سرعت هر یک از فازها به‌طور جداگانه به‌دست می‌آید و سپس تصحیح فشار بر پایۀ بقای جرم کلی اعمال می‌شود. با توجه به پیچیدگی‌های موجود در شبیه‌سازی با مدل‌های دوفازی، در این پژوهش از نرم‌افزار انسیس فلوئنت کمک گرفته شده است. ذکر این مطلب ضروریست که برای اعمال نیروهای میان‌فازی زیرروال‌هایی به نرم‌افزار اضافه شده است. مراحل حل عددی به شرح زیر است:

در آغاز هر تکرار، با استفاده از قابلیت‌های موجود در نرم‌افزار یا زیرروال‌های افزوده شده به آن، خواص مؤثر، نیروهای میان‌فازی و ضریب انتقال حرارت سیال-ذره به روزرسانی می‌شوند. سپس به‌ترتیب معادلات اندازه‌حرکت و تصحیح فشار حل می‌شوند و براساس آن، مقادیر سرعت و فشار اصلاح می‌شوند. در ادامه، معادلۀ کسر حجمی (فقط در مدل مخلوط دوفازی) و معادلۀ انرژی حل می‌شوند. روند ذکرشده تا ارضای شرط همگرایی ادامه می‌یابد. پس از همگرا شدن نتایج محاسبات، مقادیر اعداد ناسلت موضعی و میانگین به‌ترتیب از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$Nu_x = \frac{h_x W}{k_f} \qquad (٤٠)$$

$$Nu_{ave} = \frac{1}{L}\int_0^L Nu_x \, dx \qquad (٤١)$$

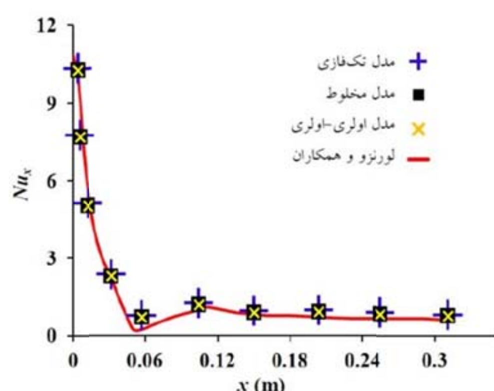
بررسی استقلال از شبکه. در هر سه روش شبیه‌سازی و برای تمامی حالت‌های بررسی شده، شبکه‌ای با سازمان و غیریکنواخت استفاده می‌شود که در نواحی نزدیک به دیوارها و جت ورودی تمرکز بیشتری دارد. با هدف اطمینان به استقلال نتایج عددی از شبکهٔ مورد استفاده، محاسبات با روش دوفازی اولری-اولری در عدد رینولدز ۳۰۰ برای نانوسیال آب/Al_2O_3 با کسر حجمی ۳٪ انجام شده و نتایج آن بر حسب عدد ناسلت میانگین در جدول (۲) آورده شده است. پیداست که تغییرات عدد ناسلت میانگین در دو ردیف آخر به کمتر از ۰/۰۹۱٪ می‌رسد. از این‌رو، استفاده از یک شبکهٔ ۱۰۰×۲۵ برای محاسبات مدل اولری-اولری مناسب به‌نظر می‌رسد. بررسی‌های انجام شده حاکی از مناسب بودن این شبکه برای مدل‌های تک‌فازی و مخلوط دوفازی نیز می‌باشد. بدین ترتیب، در کلیهٔ محاسبات این مقاله به یک شبکهٔ ۱۰۰×۲۵ بسنده می‌شود.

جدول ۲ بررسی استقلال از شبکه در عدد رینولدز ۳۰۰ برای نانوسیال آب/Al_2O_3 با کسر حجمی ۳٪

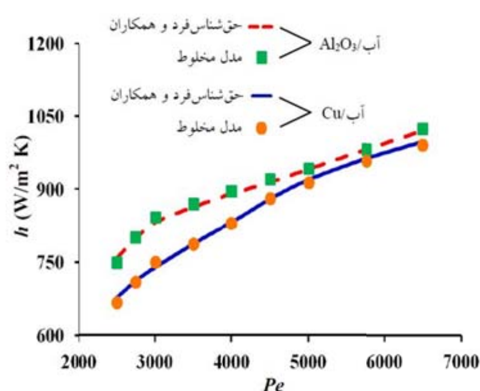
تعداد نقاط شبکه در جهت x	تعداد نقاط شبکه در جهت y	عدد ناسلت میانگین در صفحهٔ هدف
٦٠	١٥	٥/٥٤٧
٨٠	٢٠	٥/٥٣١
١١٠	٢٥	٥/٥٢٠
١٨٠	٤٠	٥/٥١٥

اعتبارسنجی حل عددی. اعتبار حل عددی حاضر ابتدا با مقایسهٔ نتایج مدل‌های به‌کار رفته با نتایج مطالعهٔ لورنزو و همکاران [13] به اثبات می‌رسد. این امر در شکل (۲) صورت گرفته که تغییرات عدد ناسلت موضعی را در طول صفحهٔ هدف برای برخورد جت آب در عدد رینولدز ۱۰۰ آورده است.

نظر به این که مدل‌های مخلوط دوفازی و اولری-اولری تاکنون برای توصیف برخورد جت نانوسیالات به‌کار نرفته‌اند، اعتبار آنها در جریان‌هایی دیگر مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. در این راستا، ابتدا جریان آرام سه‌بعدی نانوسیالات آب/Al_2O_3 و آب/Cu در لوله‌ای به قطر ٦ میلی‌متر با استفاده از مدل مخلوط دوفازی شبیه‌سازی می‌شود و نتایج برحسب ضریب جابه‌جایی میانگین در شکل (۳) با نتایج پژوهش حق‌شناس‌فرد و همکاران [19] مقایسه می‌شود. در این‌جا، دمای نانوسیال ورودی ۳۰۰ کلوین و دمای دیوارهٔ لوله ۳۷۸ کلوین در نظر گرفته شده است. شکل (۳) نشان می‌دهد که در هر دو نانوسیال مورد بحث، نتایج در گسترهٔ وسیعی از عدد پکلت با یکدیگر همخوانی دارند.



شکل ۲ مقایسهٔ نتایج حل عددی حاضر با نتایج مطالعهٔ لورنزو و همکاران [13]



شکل ۳ مقایسهٔ نتایج مدل مخلوط دوفازی با نتایج پژوهش حق‌شناس‌فرد و همکاران [19] برحسب ضریب جابه‌جایی میانگین

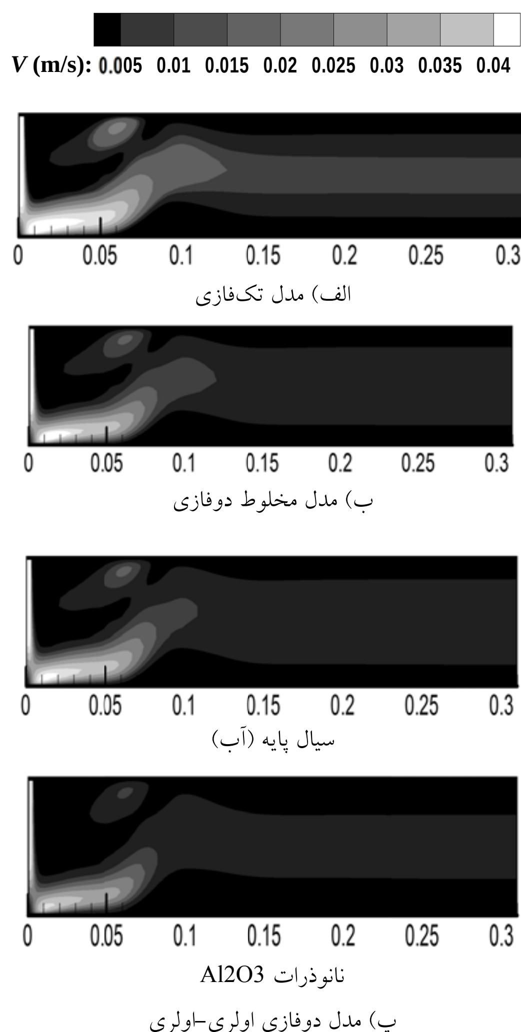
به‌منظور صحه‌گذاری بیشتر بر مطالعهٔ عددی حاضر، جریان نانوسیال آب/Cu در یک ریزمجرا به طول ۲ سانتی‌متر و پهنای ۲۰۰ میکرومتر با استفاده از روش اولری-اولری شبیه‌سازی می‌شود. دمای سیال ورودی و دمای دیواره به‌ترتیب ۲۹۳ و ۳۰۳ کلوین و عدد رینولدز جریان ۳۰۰ در نظر گرفته شده است. صحت این شبیه‌سازی با مقایسهٔ نتایج به‌دست آمده با نتایج مطالعهٔ کلته و همکاران [21] در جدول (۳) به اثبات می‌رسد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود بیشترین خطا در تخمین عدد ناسلت میانگین در حدود ۲٪ می‌باشد.

جدول ۳ مقایسهٔ نتایج مدل اولری-اولری با نتایج مطالعهٔ کلته و همکاران [21] برحسب عدد ناسلت میانگین

غلظت نانوذرات	مدل اولری-اولری	کلته و همکاران [21]	درصد خطا
٪۱	۱۲/۱۱۳	۱۲/۳٤۳	-۱/۸٦
٪۲	۱۳/۸۳۷	۱٤/۰٦۸	-۱/۷۱
٪۳	۱۵/۲۰٦	۱۵/۵۰۷	-۱/۹٤
٪٤	۱٦/٤٦۹	۱٦/۸۱۸	-۲/۰۷
٪۵	۱۷/۹۰٤	۱۸/۰۵۱	-۰/۸۱

نتایج شبیه‌سازی

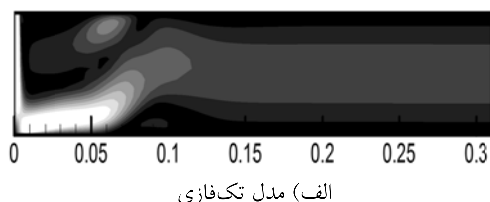
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی برخورد جت نانوسیال آب/Al_2O_3 به صفحهٔ تخت نشان داده‌شده در شکل (۱) ارائه می‌شوند. این نتایج شامل توزیع سرعت و دما و هم‌چنین مقادیر عدد ناسلت میانگین است که با استفاده از مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری-اولری و به‌ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات به‌دست آمده‌اند.



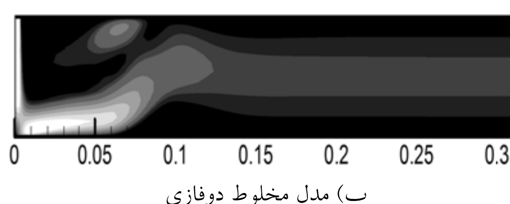
شکل ٤ توزیع سرعت در عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی ۱٪

شکل‌های (۵ و ٤) توزیع سرعت و شکل‌های (۷ و ٦) توزیع دما را در کسر حجمی‌های ۱٪ و ۵٪ و عدد رینولدز ۳۰۰ نشان می‌دهند. در این‌جا هر شکل شامل نتایج مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری-اولری است که به‌ترتیب در قسمت‌های الف، ب و پ ارائه شده‌اند. البته در روش دوفازی اولری-اولری برای سیال پایه (آب) و نانوذرات Al_2O_3 کانتورهای جداگانه‌ای آورده شده است که از وجود معادلات مجزا برای هر یک از فازها نشأت می‌گیرد. لازم به ذکر است که به‌منظور نمایش بهتر، در شکل‌های (۷-٤) راستای عمودی دو برابر رسم شده است.

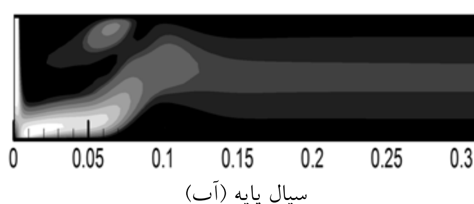
V (m/s): 0.005 0.01 0.015 0.02 0.025 0.03 0.035 0.04



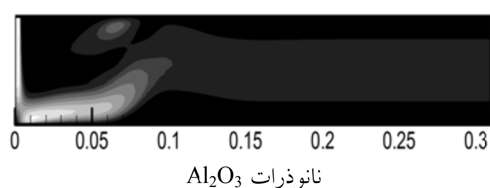
الف) مدل تک‌فازی



ب) مدل مخلوط دوفازی



سیال پایه (آب)



نانوذرات Al_2O_3

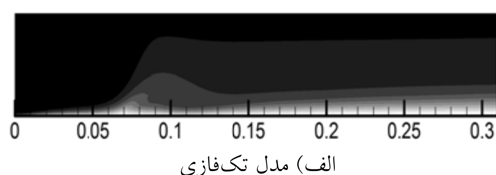
پ) مدل دوفازی اولری-اولری

شکل ٥ توزیع سرعت در عدد رینولدز ٣٠٠ و کسر حجمی ٥٪

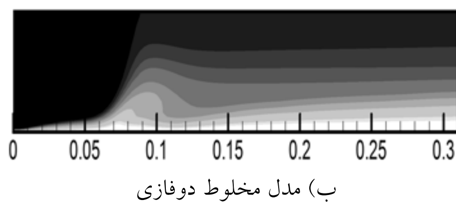
بررسی شکل‌های (٥ و ٤) نشان می‌دهد که در هر دو کسر حجمی مطالعه شده، بیشینهٔ سرعت در ورودی جت و نزدیک به نقطهٔ سکون ایجاد می‌شود. کنکاش در نتایج مدل‌های به‌کار رفته مشخص می‌کند که در تمامی نقاط میدان جریان، سرعت نانوسیال با مدل تک‌فازی نسبت به مدل‌های دوفازی بیشتر پیش‌بینی می‌شود. مقایسهٔ نتایج مدل‌های دوفازی نیز بیانگر سرعت بیشتر نانوسیال در مدل مخلوط نسبت به مدل اولری-اولری می‌باشد. در قسمت پ در هر دو شکل، که نتایج مدل اولری-اولری برحسب توزیع سرعت سیال پایه و نانوذرات به طور مجزا آورده شده است، می‌توان به ظهور عدم تعادل محلی ترمودینامیکی بین این دو فاز پی برد. در حقیقت، با وجودی که فرض برقراری تعادل محلی ترمودینامیکی در جت ورودی اعمال شده است اما پیداست که در داخل میدان جریان این فرض برقرار نمی‌ماند و سیال پایه با سرعت بیشتری نسبت به نانوذرات جریان می‌یابد.

مقایسهٔ شکل‌های (٥ و ٤) نشان می‌دهد که هر سه مدل به‌کار رفته، افزایش سرعت در میدان جریان را در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات پیش‌بینی می‌کنند که ناشی از تغییر در خواص ترموفیزیکی نانوسیال در یک عدد رینولدز ثابت می‌باشد. در حقیقت، با افزایش کسر حجمی نانوذرات، برای رسیدن به یک عدد رینولدز یکسان به سرعت بیشتری نیاز خواهد بود.

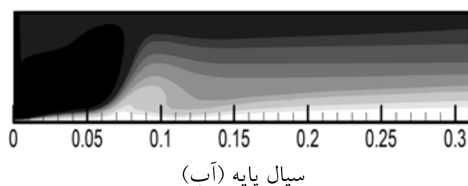
T (K): 294 296 298 300 302 304 306 308 310



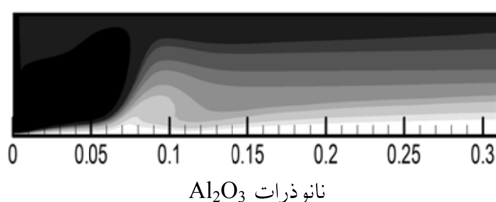
الف) مدل تک‌فازی



ب) مدل مخلوط دوفازی



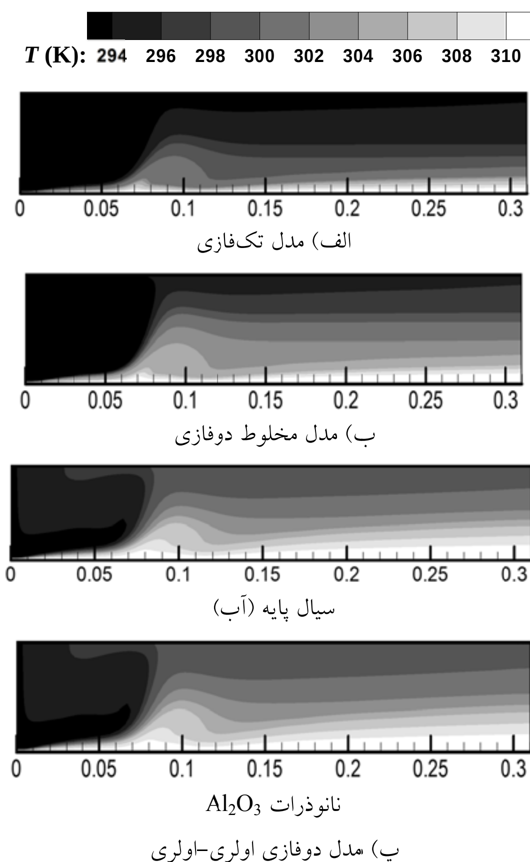
سیال پایه (آب)



نانوذرات Al_2O_3

پ) مدل دوفازی اولری-اولری

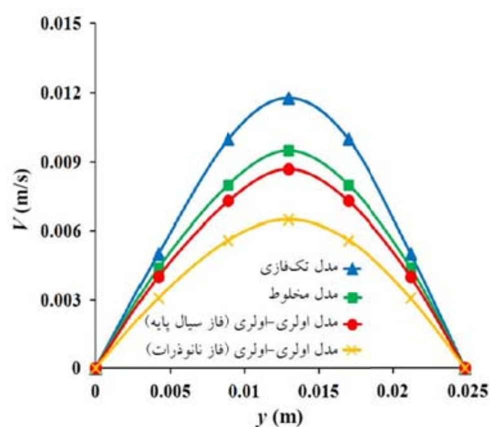
شکل ٦ توزیع دما در عدد رینولدز ٣٠٠ و کسر حجمی ١٪



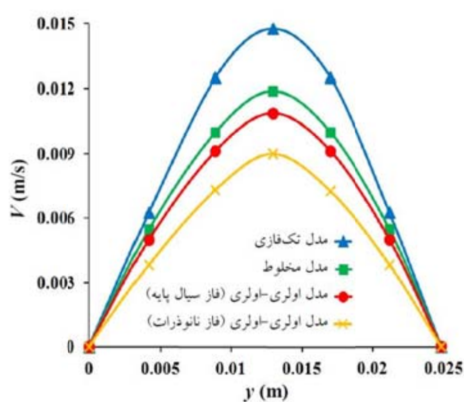
شکل ۷ توزیع دما در عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی ۵٪

مشاهدهٔ توزیع دما در شکل‌های (۷ و ٦) نشان می‌دهد که بیشترین گرادیان‌های دما در نزدیکی نقطهٔ سکون رخ می‌دهد که افزایش تبادل حرارت در آن نواحی را به دنبال دارد. هر دو شکل نشان می‌دهند که مدل‌های دوفازی افزایش دمای سریع‌تری را در نانوسیال ورودی پیش‌بینی می‌کنند که البته این روند در مدل اولری-اولری نسبت به مدل مخلوط محسوس‌تر می‌باشد. این امر را می‌توان به محاسبهٔ بیشتر تبادل حرارت در مدل‌های مذکور نسبت داد که با نتایج معنوی و همکاران [20] و کلته و همکاران [21] هم‌خوانی دارد.

در شکل‌های (۷ و٦) پیداست که در هر دو حالت (کسر حجمی‌های ۱٪ و ۵٪) مدل دوفازی اولری-اولری توزیع دمای یکسانی را برای سیال پایه و نانوذرات پیش‌بینی می‌کند. همچنین، مقایسهٔ این دو شکل نشان می‌دهد که در هر سه مدل به‌کار رفته، بالارفتن کسر حجمی نانوذرات، افزایش دمای نانوسیال ورودی را سریع‌تر می‌کند.



الف) کسر حجمی ۱٪

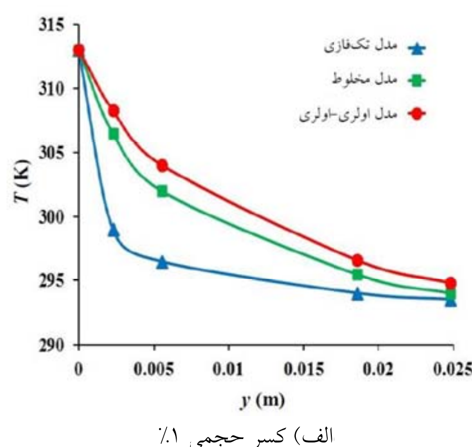


ب) کسر حجمی ۵٪

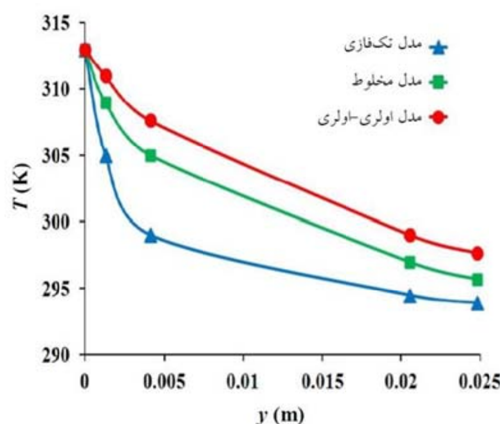
شکل ۸ تغییرات سرعت برحسب فاصله از صفحهٔ هدف در مقطع x=0.15m

کانتورهای ارائه شده در شکل‌های (۷-٤) امکان مقایسه‌ای کیفی را در تغییرات سرعت و دما فراهم آورد. به‌منظور ارزیابی دقیق‌تر و مقایسهٔ کمی متغیرهای موجود، در هر کانتور، مقطعی عمودی در x=۰/۱۵m انتخاب شده است و تغییرات سرعت و دما برحسب فاصله از صفحهٔ هدف (y) به‌ترتیب در شکل‌های (۹ و ۸) آورده شده‌اند. در هر شکل، نتایج مربوط به

کسر حجمی‌های ۱٪ و ۵٪ و در هر کسر حجمی، منحنی‌های متناظر با مدل‌های مختلف مشاهده می‌شود. بدیهی است که با توجه به یکسان بودن دمای نانوذرات و سیال پایه در مدل اولری-اولری، در این روش به ارائه یک منحنی دما بسنده شده است. در این‌جا نیز پیداست که در میان مدل‌های به‌کار رفته، بیشترین سرعت با مدل تک‌فازی و کمترین سرعت با مدل اولری-اولری پیش‌بینی می‌شود. علاوه بر این می‌توان مشاهده کرد که افزایش دما در نانوسیال ورودی در مدل اولری-اولری سریع‌تر از سایر مدل‌ها می‌باشد و در مدل تک‌فازی از بقیه کندتر است.

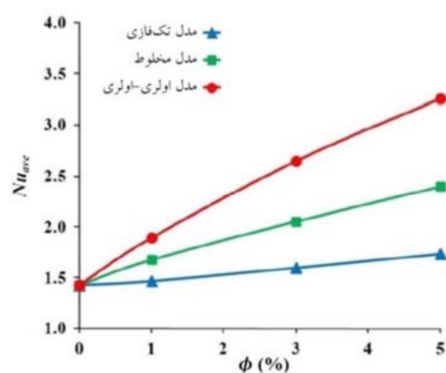


الف) کسر حجمی ۱٪

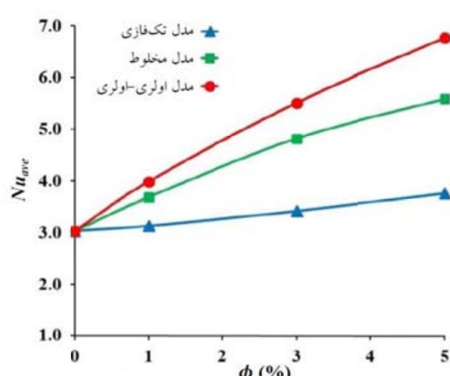


ب) کسر حجمی ۵٪

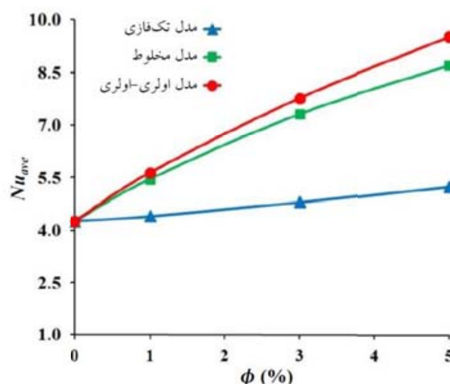
شکل ۹ تغییرات دما برحسب فاصله از صفحهٔ هدف در مقطع x=0.15m



الف) Re=100



ب) Re=300



پ) Re=500

شکل ۱۰ مقایسهٔ نتایج مدل‌های به‌کار رفته برحسب عدد ناسلت میانگین در شرایط مختلف

شکل (۱۰) تغییرات عدد ناسلت میانگین در صفحهٔ هدف را برحسب کسر حجمی نانوذرات نشان می‌دهد که با استفاده از مدل‌های تک‌فازی، مخلوط

دوفازی و دوفازی اولری-اولری و در اعداد رینولدز ۱۰۰، ۳۰۰ و ۵۰۰ به‌دست آمده‌اند. مطابق انتظار، مقدار عدد ناسلت در کسر حجمی ۰٪ (آب خالص) در هر سه روش یکسان پیش‌بینی شده است و لذا در هر شکل، هر سه منحنی از نقطه‌ای یکسان آغاز می‌شوند، اما پیداست که با افزودن نانوذرات، منحنی‌ها رفته‌رفته از یکدیگر فاصله می‌گیرند. می‌توان مشاهده کرد که در حضور نانوذرات، تبادل حرارت در مدل‌های دوفازی از مدل تک‌فازی بیشتر پیش‌بینی می‌شود که این امر در مدل اولری-اولری نسبت به مدل مخلوط شدیدتر می‌باشد. به‌عنوان نمونه، در عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی ۳٪، میزان افزایش عدد ناسلت میانگین نسبت به آب خالص در روش‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری-اولری به‌ترتیب برابر ۱۲/۸۷٪، ۵۹/۰۷٪ و ۸۲/۱۷٪ به‌دست می‌آید. بدیهی است که در همهٔ حالت‌ها، بالارفتن عدد رینولدز موجب کاهش ضخامت لایهٔ مرزی بر روی صفحهٔ هدف شده است که افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و بهبود تبادل حرارت را در پی دارد. علاوه بر این، می‌توان مشاهده کرد که با افزایش عدد رینولدز، شیب نتایج مدل مخلوط نسبت به منحنی‌های دیگر رشد بیشتر دارد و به نتایج مدل اولری-اولری نزدیک‌تر می‌شود.

همان‌گونه که پیش‌تر مشخص شد، در مدل دوفازی اولری-اولری، عکس‌العمل‌های بین فازها به طرز دقیقی در نظر گرفته می‌شوند که شامل نیروی پسا، نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات می‌باشند. نقش هر یک از این نیروها در مسألهٔ حاضر را می‌توان با چشم‌پوشی از حضور آنها در معادلات حاکم و سپس مقایسهٔ نتایج به‌دست آمده با نتایج حالتی که در آن کلیهٔ نیروها حضور دارند، مطالعه کرد. این امر در جداول (۶-۴) صورت گرفته که در آنها مقادیر عدد ناسلت میانگین به‌ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات آورده شده است. کنکاش در نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که در همهٔ حالت‌ها، نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات تأثیر قابل‌توجهی بر نتایج به دنبال نداشته است به‌گونه‌ای که می‌توان از حضور آنها در مسئلهٔ حاضر چشم‌پوشی کرد. با این وجود پیداست که حضور نیروی پسا می‌تواند مقدار عدد ناسلت میانگین را تا ۶٪ کاهش دهد. علاوه بر این می‌توان مشاهده کرد که اثر نیروی پسا با کاهش در عدد رینولدز و افزایش در کسر حجمی نانوذرات بیشتر می‌شود.

جدول ٤ تأثیر نیروهای میان‌فازی بر روی عدد ناسلت میانگین در عدد رینولدز ۱۰۰

غلظت نانوذرات	اعمال کلیهٔ نیروها	بدون نیروی پسا	بدون نیروی جرم مجازی	بدون نیروی متقابل ذرات
٪۱	۱/۸۹۲	۱/۹٤٥	۱/۸۹۲	۱/۸۹۲
٪۳	۲/٦٥۰	۲/۷۷٤	۲/٦٥۰	۲/٦٤۹
٪۵	۳/۲٦٥	۳/٤٤٦	۳/۲٦٥	۳/۲٦۳

جدول ۵ تأثیر نیروهای میان‌فازی بر روی عدد ناسلت میانگین در عدد رینولدز ۳۰۰

غلظت نانوذرات	اعمال کلیهٔ نیروها	بدون نیروی پسا	بدون نیروی جرم مجازی	بدون نیروی متقابل ذرات
٪۱	۳/۹۹۳	٤/۰۵۳	۳/۹۹۳	۳/۹۹۳
٪۳	۵/۵۲٦	۵/٦۹۷	۵/۵۲٦	۵/۵۲۵
٪۵	٦/۷۷۹	۷/۰۸۰	٦/۷۷۹	٦/۷۷٦

جدول ٦ تأثیر نیروهای میان‌فازی بر روی عدد ناسلت میانگین در عدد رینولدز ۵۰۰

غلظت نانوذرات	اعمال کلیهٔ نیروها	بدون نیروی پسا	بدون نیروی جرم مجازی	بدون نیروی متقابل ذرات
٪۱	۵/٦۳۳	۵/٦۷٦	۵/٦۳۳	۵/٦۳۳
٪۳	۷/۷۸۱	۷/۹۲٤	۷/۷۸۱	۷/۷۷۹
٪۵	۹/۵۲٤	۹/۸٤٦	۹/۵۲٤	۹/۵۱۹

نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر به مقایسهٔ نتایج مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و دوفازی اولری–اولری در شبیه‌سازی عددی برخورد جت نانوسیال آب/Al_2O_3 به یک صفحهٔ هدف تخت پرداخت. محاسبات در هر سه مدل به‌ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات صورت گرفته و نتایج به‌دست‌آمده با یکدیگر مقایسه شدند. کنکاش در نتایج نشان داد که سرعت نانوسیال با مدل تک‌فازی نسبت به مدل‌های دوفازی بیشتر پیش‌بینی می‌شود. در رویکردهای دوفازی نیز سرعت نانوسیال در مدل مخلوط بیشتر از مدل اولری–اولری می‌باشد. هم‌چنین مشاهده شد که مدل‌های دوفازی افزایش دمای سریع‌تری را در نانوسیال ورودی پیش‌بینی می‌کنند که البته این روند در مدل اولری–اولری نسبت به مدل مخلوط محسوس‌تر می‌باشد. علاوه بر این، مشخص شد که مدل دوفازی اولری–اولری قابلیت تحلیل عکس‌العمل‌های مختلف بین فازها را دارد و امکان مطالعهٔ ایجاد عدم تعادل محلی ترمودینامیکی بین نانوذرات و سیال پایه را فراهم می‌آورد. از این‌رو، می‌تواند به‌عنوان روشی مؤثر در شبیه‌سازی عددی جریان نانوسیالات مورد استفاده قرار گیرد. البته پیچیدگی و هزینهٔ محاسباتی بالای آن نیز باید درنظر گرفته شود.

فهرست علائم

a	شتاب، m/s^2
C_d	ضریب پسا
C_p	گرمای ویژه، J/kg.K
d	قطر، m
f_{drag}	تابع پسا
F_{col}	نیروی متقابل ذرات، Pa/m
F_d	نیروی پسا، Pa/m
F_{vm}	نیروی جرم مجازی، Pa/m
g	شتاب گرانش، m/s^2
G	ضریب اثر متقابل ذرات، Pa
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، $W/m^2.K$
h_p	ضریب تبادل حرارت سیال–ذره، $W/m^2.K$
h_v	ضریب انتقال حرارت حجمی، $W/m^3.K$
H	فاصله جت تا صفحهٔ هدف، m
k	ضریب هدایت حرارتی، W/m.K
L	طول صفحه هدف، m
Nu	عدد ناسلت موضعی
P	فشار، Pa
Pe	عدد پکلت
Pr	عدد پرانتل
Re	عدد رینولدز
T	دما، K
V	سرعت، m/s
W	عرض جت، m
x, y	مختصات مکانی

علائم یونانی

γ	ضریب اصطکاک، $kg/m^3.s$
μ	لزجت دینامیکی، Pa.s
ρ	چگالی، kg/m^3
ϕ	کسر حجمی نانوذرات

زیرنویس‌ها

ave	مقدار میانگین
dr	رانش
eff	مؤثر
f	سیال پایه
k	شاخص جمع
m	مخلوط
nf	نانوسیال
p	نانوذره

مراجع

1. Maxwell, J.C., "*A Treatise on Electricity and Magnetism*", Clarendon Press, Oxford, (1873).
2. Choi, S.U.S. and Eastman, J.A., "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", *International Mechanical Engineering Congress and Exhibition*, San Francisco, U.S.A, (1995).
3. Das, S.K., Choi, S.U.S. and Patel, H.E., "Heat transfer in nanofluids-a review", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 27, No. 10, pp. 3-19, (2006).
4. Jambunathan, K., Lai, E., Moss, M.A. and Button, B.L., "A review of heat transfer data for single circular jet impingement", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, No. 2, pp. 106-115, (1992).
5. Liu, X., Lienhard, J.H. and Lombara, J.S., "Convective heat transfer by impingement of circular liquid jets", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, No. 3, pp. 571-582, (1991).
6. Ma, C.F., Zhao, Y.H., Masuoka, T. and Gomi, T., "Analytical study on impingement heat transfer with single-phase free-surface circular liquid jets", *Journal of Thermal Science*, Vol. 5, No. 4, pp. 271-277, (1996).
7. Lee, H.G., Yoon, H.S. and Ha, M.Y., "A numerical investigation on the fluid flow and heat transfer in the confined impinging slot jet in the low Reynolds number region for different channel heights", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 15-16, pp. 4055-4068, (2008).
8. Roy, G., Nguyen, C.T. and Lajoie, P.R., "Numerical investigation of laminar flow and heat transfer in a radial flow cooling system with the use of nanofluids", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 35, No. 3-6, pp. 497-511, (2004).
9. Palm, S.J., Roy, G. and Nguyen, C.T., "Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature-dependent properties", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, No. 17-18, pp. 2209-2218, (2006).
10. Yang, Y.T. and Lai, F.H., "Numerical study of heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling system", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 25-26, pp. 5895-5904, (2010).
11. Yang, Y.T. and Lai, F.H., "Numerical investigation of cooling performance with the use of Al_2O_3/water nanofluids in a radial flow system", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 1, pp. 61-72, (2011).
12. Manca, O., Mesolella, P., Nardini, S. and Ricci, D., "Numerical study of a confined slot impinging jet with nanofluids", *Nanoscale Research Letters*, Vol. 6, No. 1:188, (2011).
13. Lorenzo, G.D., Manca, O., Nardini, S. and Ricci, D., "Numerical study of laminar confined impinging jets with nanofluids", *Advances in Mechanical Engineering*, Article ID 248795, (2012).
14. Selimefendigil, F. and Oztop, H.F., "Pulsating nanofluids jet impingement cooling of a heated horizontal surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 69, pp. 54-65, (2014).
15. Nguyen, C.T., Galanis, N., Polidori, G., Fohanno, S., Popa, C.V. and Bechec, A.L., "An experimental study of a confined and submerged impinging jet heat transfer using Al_2O_3-water nanofluid", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 2, pp. 401-411, (2009).
16. Gherasim, I., Roy, G., Nguyen, C.T. and Vo-Ngoc, D., "Experimental investigation of nanofluids in confined laminar radial flows", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 8, pp. 1486-1493, (2009).
17. Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M. and Galanis, N., "Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two-phase approach", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 2, pp. 211-219, (2007).

18. Mirmasoumi, S. and Behzadmehr, A., "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, No. 8, pp. 717-727, (2008).
19. Haghshenas Fard, M., Esfahany, M.N. and Talaie, M.R., "Numerical study of convective heat transfer of nanofluids in a circular tube two-phase model versus single-phase model", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 1, pp. 91-97, (2010).
20. Manavi, S.A., Ramiar, A. and Ranjbar, A.A., "Turbulent forced convection of nanofluid in a wavy channel using two phase model", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 5, pp. 661-671, (2014).
21. Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M. and Harting, J., "Eulerian-Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a microchannel", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, pp. 107-116, (2011).
22. Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., Frijns, A., Darbuber, A. and Harting, J., "Experimental and numerical investigation of nanofluid forced convection inside a wide microchannel heat sink", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 36, pp. 260-268, (2012).
23. Akbari, M., Galanis, N. and Behzadmehr, A., "Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 8, pp. 1343-1354, (2011).
24. Maiga, S.E., Nguyen, C.T., Galanis, N. and Roy, G., "Heat transfer behaviors of nanofluids in a uniformly heated tube", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 35, No. 3-6, pp. 543-557, (2004).
25. Maxwell-Garnett, J.C., "Colours in metal glasses and in metallic films", *Philosophical Transactions A*, Vol. 203, pp. 385-420, (1904).
26. Manninen, M., Taivassalo, V. and Kallio, S., "Analysis on the mixture model for multiphase flow", *VTT Technical Research Center*, Finland, pp. 9-18, (1996).
27. Syamlal, M. and Gidaspow, D., "Heat hydrodynamics of fluidization: prediction of wall to bed heat transfer coefficients", *AIChE Journal*, Vol. 31, No. 1, pp. 127-135, (1985).
28. Drew, D.A. and Lahey, R.C., "*Analytical modeling of multiphase flow*", In: Roco M.C., editor. Particulate Two-Phase Flow, Butterworth–Heinemann, Boston, pp. 509-566, (1993).
29. Bouillard, J.X., Lyczkowski, R.W. and Gidaspow, D., "Porosity distributions in a fluidized bed with an immersed obstacle", *AIChE Journal*, Vol. 35, No. 6, pp. 908-922, (1989).
30. Wakao, N. and Kaguei, S., "*Heat and Mass Transfer in Packed Beds*", Gordon and Breach, New York, (1982).
31. Kuipers, J.A.M., Prins, W. and Van Swaaij, W.P.M., "Numerical calculation of wall-to-bed heat-transfer coefficients in gas-fluidized beds", *AIChE Journal*, Vol. 38, No. 7, pp. 1079-1091, (1992).
32. Patankar, S.V., "*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*", Hemisphere, McGraw-Hill, Washington DC, (1980).
33. Vasquez, S.A. and Ivanov, V.A., "A phase coupled method for solving multiphase problems on unstructured meshes", *Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Vol. 1, Boston, (2000).